

TRAKYA VE BATI ANADOLU'DA YAŞAYAN FARKLI APODEMUS TÜRLERİ ARASINDAKİ İLİŞKİLERİN DİSKRİMİNANT ANALİZİ

Adil OĞUZHAN *

Dursun AYDIN *

Özet

Diskriminant analizi çok değişkenli araştırmalarda ana kütle (populasyonun) tanınabilmesi, karşılaştırılabilirliği ve özellikle iki ya da ikiden çok anakütleden (populasyondan) alınan grupların ölçülebilir p tane değişkene göre, farklı olmalarında etkili olan değişkenlerin katkılarının belirlenmesinde kullanılır.

Diskriminant analizinin temel problemi, önceden tanımlı gruplar arasında en iyi ayrımı sağlayacak olan iki veya daha fazla bağımsız değişkenin doğrusal (lineer) birleşimini elde etmeyi sağlar. Amaç, incelenen bireyin anakütlesinin belirlenmesini sağlayacak bir fonksiyon bulunmasıdır. Böyle bir fonksiyonun bulunmasında, belirlenecek grupların ortalamaları arasında farklılığın maksimum olması amaçlanmaktadır. Analizinin esası, çok değişkenli bir problemi tek değişkenli bir biçime dönüştürmektir.

Araştırmada, Trakya kesiminde yer alan Edirne ve Istanca'nın yanı sıra Bozcaada, Gökçeada ve Kuzey-Batı Anadolu olmak üzere, coğrafik açıdan birbirinden farklı olan toplam beş bölgeden alınan *Apodemus* cinsine ait kafatası ölçüleri ele alınarak yapılan analiz sonucunda gruplar arası farklılık anlamlı bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: Değişken, Diskriminant, Alaiz, Bağımsız, Fonksiyon, Çoklu Değişken, Tek Değişken, Ana Kitle, Doğrusal.

Abstract

Discrimination Analysis of Relationship Between Different Apodemus Kinds Living Thrace and Western Anatolia

Discrimination analysis is used for getting and comparing information about the population and determining the effects of the variables that cause the groups, taken from two or more than two populations due to the measurable P variables, semm different from each other.

The main problem of diskirimation analysais is to get the linear combination of two or more independent variables which enable us to make the best reasonable distinction between the previously defined groups. The aim is to find out a function that enables us to determine the investigated Per san's population. It is aimed at getting maximum diffrence betwon the average of the gruops to be determined in such a function. The main purpose of the analysis is to change the main purpose of the analysis is to change the multi-variable problem into the one-variable one.

In this study, the measurments taken from five different geographical regions; namely Edirne and Istanca regions in Thrace and Bozcaada, Gökçeada and North - Western Anatolia of human skull that belongs to *Apodemus* species are taken into account and the differences between the groups are found meainingful.

Key Words: Variable, Discrimination, Analysis, Independent Fonction, Multi-variable, One-variable, Population, Lineer.

* Yrd.Doç.Dr.: Trakya Üniversitesi İ.İ.B.F Ekonometri Bölümü .

** Öğ.Gör.: Anadolu Üniversitesi AÖF.

GİRİŞ

Diskriminant analizi, x veri setindeki değişkenlerin iki veya daha fazla gruplara ayrılmasını belirlemek amacıyla yararlanılan bir yöntemdir. Birimlerin p tane karakteristiğini ele alarak bu birimlerin doğal ortamdaki gerçek gruplarına, optimal düzeyde atamalarını sağlayacak değişkenlerin doğrusal bileşimleri olan ayırma fonksiyonları bulmaya yarayan bir yöntemdir.

Teorik olarak her grubun temel özellikleri vardır. Her grup bu temel özelliklerine göre tanımlanır ve bilinir. Çok değişkenli bir yapıda her grubun bir profili (ortalamalar vektörü) bulunur. Doğada bazı grupların bazı özellikleri birbirine benzer özellik gösterirken, bazı özellikler yönünden gruplar birbirinden farklılık gösterirler. m grupta p tane özellik ölçüldüğünde k özellik birbirine benzer yada yakın parametrik değerlere sahip iken p-k özellik, grupları birbirinden ayıracak küçük de olsa farklılıklara sahip olur. Diskriminant analizi, p değişkenin m grup için grupları belirleyen ve grupları birbirlerinden ayırmayı sağlayan, profil belirlemeye yarayan fonksiyonları bulmak amacıyla geliştirilmiş bir tekniktir. Hesaplanan bu fonksiyonlar daha sonra yeni gözlenen p özellikli birimlerin hata payı minimum olacak şekilde hangi gruba atanması gerekeceğini kest00000irmek amacıyla kullanılır.

DİSKRİMİNANT ANALİZİNE GENEL BİR YAKLAŞIM

Diskriminant analizi, bağımlı değişken kategorik (nominal veya nometrik) ve bağımsız değişkenler metrik olduğu durumlarda uygulanan bir istatistiksel tekniktir. Bir çok durumda, bağımlı değişken iki grup veya sınıflamayı içerir. Örneğin, dişiye karşı erkek veya düşüğe karşı yüksek gibi. Diğer örneklerde ikiden çok grup kapsama alınır. Örneğin, düşük, orta ve yüksek sınıflamaları üç grup sınıflamasını kapsadığı gibi. Diskriminant analizinde iki sınıflandırma gerektiğinde başvuru teknik, iki grup diskriminant analizi (Two-Group Discriminant Analysis) olurken, üç veya daha fazla sınıflandırma gerektiği durumlarda başvuru teknik, çoklu diskriminant analizi (Multiple Discriminant Analysis) olmaktadır.

Diskriminant analizinin temel problemi, önceden tanımlı gruplar arasında en iyi ayrımı sağlayacak olan iki veya daha fazla bağımsız değişkenin doğrusal (lineer) birleşimini elde etmeyi sağlar. Amaç, incelenen bireyin anakütlesinin belirlenmesini sağlayacak bir

fonksiyon bulunmasıdır. Bu fonksiyonun bulunmasında, belirlenecek grupların ortalamaları arasında farklılığın maksimum olması amaçlanmaktadır. Analizinin esası, çok değişkenli bir problemi tek değişkenli bir biçime dönüştürmektir. Yani, tüm değişkenlerin uygun ağırlıkta katılacağı bir ayırıcı fonksiyon elde edilmesidir. Böyle bir fonksiyonun bulunmasında, gruplar arası varyansın gruplar içi varyansa göre maksimum olması istenir. Yani, $F = \max (\text{Gruplar arası Varyans} / \text{Gruplar içi varyans})$ oranının en büyük olması istenir. Söz konusu doğrusal bileşimler aşağıda verilen eşitlik şeklinde elde edilir:

$$Y = \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \dots + \beta_n X_n \quad (2.1)$$

Burada;

Y = Diskriminant değeri (skoru),

β_i = Diskriminant ağırlıkları (kanonik değişkenler) ve

X_i = Bağımsız veya orjinal değişkenlerdir.

Diskriminant analizi, aynı zamanda iki veya daha fazla grubun grup ortalaması eşitliği hipotezinin testi için de uygun bir istatistiksel tekniktir. Bu nedenle, diskriminant analizi her bir bağımsız değişkeni uygun ağırlıklarına göre çarpıp ve bu çarpımları toplayarak çoğaltır (önceki eşitlikte görüldüğü gibi). Sonuç, analizdeki her bir birey için tek bir bileşik diskriminant değeridir. Belirli bir grup içindeki tüm bireyler için diskriminant değerlerinin ortalamasını alarak grup ortalamasına ulaşırız. Bu grup ortalaması merkezi (centroid) olarak gösterilir. Analiz iki grubu kapsadığında iki merkezi, üç grubu kapsadığında ise üç merkezi söz konusu olup bu şekilde devam eder. Merkeziler belirli bir gruptan olan bir bireyin en çok tipik yada benzerlerinin bulunduğu yeri gösterir ve grup merkezilerinin karşılaştırması test edilen boyut süresince grupların ne kadar uzakta olduğunu gösterir.

Genel olarak diskriminant analizi iki önemli kısma ayrılır: Bunlardan birincisi; tanımlayıcı (descriptive) diskriminant analizi diğeri ise, tahmin edici (predictive) diskriminant analizidir. Tanımlayıcı diskriminant analizi; iki veya daha fazla grubun üyesini bir diğerinden en iyi ayıran değişkenleri (ayrıca nitelikler yada özellikler olarak bilinen) tanımlayan bir istatistiksel tekniktir. Tahmin edici diskriminant analizi ise, durumu bilinmeyen grubun söz konusu (ayrıca varlıklar veya

gözlemler olarak bilinen) grup üye sayısı durumunu tahmin etmeyi sağlar.

Diskriminant analiz problemi, farklı gruplar arasında ayırım yapmaya maksimum yarar sağlayan değişkenler birleşimi olan çoklu ölçümlerin bir kombinasyonunu elde etmeyi sağlar. Analizde temel sorun, gruplar içi varyansa oranla gruplar arası maksimum varyansa sahip bir fonksiyonu tanımlayacak ağırlık katsayıları kümesini seçmektir. Birden çok değişkenin doğrusal bileşimi için gruplar arası varyasyon gruplar içi varyansa oranı maksimum olması istenen fonksiyon kriteri,

$$f(\beta) = \beta' B \beta / \beta' W \beta = \lambda \quad (2.2)$$

olarak yazılabilir.

Burada bahsedilen W , gruplar içi değişimi gösteren “gruplar içi kareler toplamı ve çapraz çarpımı matrisi”dir. Diğer taraftan, ayırıcı değişkenler arasında iç ilişkileri belirlemede grup ortalamaları ve standart sapmaları yeterli olmadığı için, simetrik bir kare matris olan (T) matrisi (toplam kareler toplamı ve çapraz çarpım matrisi) kullanılır. Bu iki matris arasındaki fark $(B = T - W)$ “gruplar arası kareler toplamı ve çapraz çarpım matrisi” adı verilen B matrisi ile ölçülür.

W ve B matrisleri gruplar içi ve gruplar arası ilişkilere ait temel bilgileri içerdiklerinden gruplar arası ayırımın yapılmasında kullanılan ölçüt ve fonksiyonda, bu matrislerin varyans miktarlarının birbirlerine oransal durumlarında dikkate almak gerekir.

Bu nedenle (2.2) eşitliğinde değinilen ve maksimum olması istenilen fonksiyon kriterini, β ağırlık katsayıları bileşim vektörünün bir fonksiyonu olarak;

$$\lambda_i = \beta_i' B \beta_i / \beta_i' W \beta_i \quad (2.3)$$

şeklinde yazmak mümkündür.

Burada,

$$\beta_i = (\beta_{i1}, \beta_{i2}, \beta_{i3}, \dots, \beta_{ip}) \quad (2.4)$$

şeklinde tanımlanan ağırlık katsayılar vektörü olup, λ 'nın sütun vektörü β 'ya göre kısmi türevi alınıp, Lagrange yöntemine göre, $\beta' W \beta = 1$ kısıtlaması ile sonuç $p \times 1$ boyutlu yokluk vektörüne (sıfır vektörüne) eşitlenirse, λ 'nın sembolik olarak bulunmasının yanısıra, (2.3) eşitliği aşağıda belirtilen şekli alır. $(B - \lambda W)\beta_i = 0$ (2.5)

şeklini alır. Bu eşitliğin her iki tarafı W^{-1} ile çarpılırsa,

$$(W^{-1}B - \lambda_i I)\beta_i = 0 \quad (2.6)$$

eşitliği elde edilir.

$W^{-1}B$ matrisinin özdeğerleri (eigenvalue) olan, λ_i ($i = 1, 2, \dots, k$) değerleri,

$$|W^{-1}B - \lambda_i I| = 0 \quad (2.7)$$

denkleminin kökleri olarak bulunur. Bu özdeğerlere karşı gelen $\beta_i = (\beta_{i1}, \beta_{i2}, \dots, \beta_{ip})$ özvektörleri (eigenvector), (2.6) denkleminde elde edilen ve grupları birbirinden en iyi biçimde ayıran diskriminant fonksiyonlarının ağırlık katsayıları olarak elde edilir. Diğer taraftan, İki grubun grup içi varyanslarının eşitliği varsayma göre, diskriminant fonksiyonu katsayıları, grup içi kovaryans matrisinden elde edilen bir C matrisinin tersi ile ortalama vektörlerinden elde edilen fark değerleri vektörlerinin çarpımı olarak elde edilebilir.

Yani, $d = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ olmak üzere, $\beta_i = d'C^{-1}$ olarak hesaplanabilir. Buna göre,

$$y_i = \beta_i x = d'C^{-1} x = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)'C^{-1} x \quad (2.8)$$

eşitliği aynı zamanda i 'inci doğrusal diskriminant fonksiyonu olarak ifade edilebilir

İki grubun grup içi varyanslarının eşit olmaması durumunda, doğrusal diskriminant fonksiyonu uygulanmaz. Bu durumda kareli diskriminant fonksiyonu hesaplanır. Kareli diskriminant fonksiyonu katsayılarının hesaplanmasında ortak kovaryans matrisi yerine (C) grupların kovaryans matrislerinin farkları alınır $(C_1 - C_2)$ Bu durumda, doğrusal bileşenler yada diskriminant fonksiyonu ağırlık katsayıları;

$$\beta_i = (C_1^{-1} - C_2^{-2}) (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' \text{ biçiminde yada}$$

$B = (C_1^{-1} - C_2^{-2})$ alınmak üzere doğrusal bileşenler ;

$$\beta_i = B (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' \quad (2.9)$$

biçiminde hesaplanır.

Diskriminant (ayırma) fonksiyonu ise;

$$Y = B x (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' \quad (2.10)$$

biçiminde belirlenir.

Grup sayısı ikiden çok olması durumunda, iki grup ($m = 2$) için uygulanan yöntem $m > 2$ için genellenerek diskriminant fonksiyonlarının belirlenmesinde ağırlık katsayılarının hesaplanması sağlanır.

Kanonik değişkenlerin önemi, grup ayırmayla ilgili olarak onların özdeğerleri karşılığına göre belirtilir. (2.6) ve (2.7) eşitlikleri çözüldüğünde, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ olmak üzere k tane

özvektör ve azalan önem sırasındaki $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ olarak gösterilen, sıfırdan farklı k tane özdeğere ulaşılır. λ_1 özdeğeri; ağırlıklar bileşimi olarak, β_1 özvektörleri karşılığının elamları olarak varsayılan değerleri tanımlayan, $\beta_{1i}' = (\beta_{11}, \beta_{12}, \dots, \beta_{1p})$ özvektörünün ağırlıklar setini sağladığı anlaşılr. Şöyleki, dönüştürülmüş ilk değişken,

$$Y_1 = \beta_{11} X_1 + \beta_{12} X_2 + \beta_{13} X_3 + \dots + \beta_{1p} X_p \quad (2.11)$$

en büyük özdeğere yada diskriminant kriterine, diğer bir ifade ile en büyük ayırma gücüne sahip olan, birinci diskriminant fonksiyonudur.

Ağırlıklar bileşimi olarak kullanılan β_2 özvektörünün elamanları, ikinci bir doğrusal bileşimi oluşturacaksa,

$$Y_2 = \beta_{21} X_1 + \beta_{22} X_2 + \beta_{23} X_3 + \dots + \beta_{2p} X_p \quad (2.12)$$

o zaman ikinci diskriminant fonksiyonu şu özelliğe sahiptir: Y_1 ile ilişkisiz olan x 'in herhangi bir doğrusal bileşimine göre sonuçlandırılabilen ve ikinci en büyük özdeğere veya ayırma gücüne sahiptir. Benzer olarak,

$$Y_i = \beta_{i1} X_1 + \beta_{i2} X_2 + \beta_{i3} X_3 + \dots + \beta_{ip} X_p \quad (2.13)$$

β_i özvektörünün elamanlarının oluşturduğu doğrusal bileşim olan i 'inci diskriminant fonksiyonu Y_i , diğer diskriminant fonksiyonlarının herhangi biriyle ilişki olmama şartına göre, en küçük λ_i özdeğerine sahip ve diskriminant gücü en az olan ayırma fonksiyondur.

Gruplar arası ayırımla ilgili olarak, gruplar arası değişimin yüzde kaçının hangi diskriminant fonksiyonları tarafından açıklandığını belirtmek için "değişim yüzdesi" (percent of variance) oranına bakılır. Herhangi bir diskriminant fonksiyonu için bu oran, söz konusu o fonksiyona karşı gelen özdeğerin, tüm özdeğerler toplamına bölünmesi sonucu elde edilir. Bu oran, söz konusu o diskriminant fonksiyonundaki değişkenlerin toplam ayırma gücünün oranını içerir. Söz konusu olan değişim yüzdesinin matematiksel ifadesi;

Değişim yüzdesi = (İlgilenilen özdeğer / Tüm özdeğerler toplamı)100

yani,

$$V_i = (\lambda_i / \sum_{i=1}^k \lambda_i) 100 \quad (2.14)$$

Burada, k özdeğer sayısını ve λ_i , $W^{-1}B$ matrisinin i 'inci özdeğerini göstermektedir.

Diskriminant fonksiyonlarının gruplar arası önemli farklılıkları açıklama yeteneklerinin belirlenebilmesinin diğer bir şekilde, orjinal değişkenler ve diskriminant fonksiyonları arası ilişkinin derecesi olan "kanonik korelasyon katsayıları"nın incelenmesidir. Gruplandırma ve değişken setleri arasındaki ilişkiyi araştırmak için kanonik analizden alınan, bu katsayılar diskriminant analiziyle bağlantılı olarak çok sık kullanılır. Kriter değişkenler seti (kukla değişkenlerin seti olarak kodlandırılan grup değişkenleri) ile diskriminant fonksiyonları arasındaki kanonik korelasyon katsayısı,

$$R_i = \sqrt{\lambda_i / \sum_{i=1}^k 1 + \lambda_i} \quad (2.15)$$

eşitliği yardımıyla elde edilir.

Burada, k özdeğer sayısı ve λ_i , i 'inci diskriminant fonksiyonuna karşı gelen özdeğeri göstermektedir.

Kanonik korelasyon katsayısı ile söz konusu diskriminant fonksiyonu arasında var olan derecenin yüksek olması, söz konusu diskriminant fonksiyonunun grupları ayırma yeteneğine sahip olduğunu gösterir. Katsayı düşük olması durumunda ise, söz konusu diskriminant fonksiyonunun grupları ayırma yeteneğinin çok az yada olmadığının bir göstergesidir.

UYGULAMA

Tablo 1

Gruplardaki Birey Sayıları ve Önceki Olasılık Dağılımı

Grup Adları	Birey Sayısı	Önceki Olasılık
<i>AAher</i>	15	0.07009
<i>BAher</i>	81	0.35981
<i>EAsly</i>	35	0.06542
<i>EAfla</i>	46	0.14953
<i>GA.sly</i>	20	0.06542
<i>GA.flu</i>	31	0.13084
<i>LA.flu</i>	39	0.15888
	267	1.0000

Araştırmada, Trakya kesiminde yer alan Edirne ve Istanca'nın yanı sıra Bozcaada, Gökçeada ve Kuzey-Batı Anadolu olmak üzere, coğrafik açıdan birbirinden farklı olan toplam beş bölgeden alınan *Apodemus* cinsine ait, Bozcaada'da *A. hermonensis*, Edirne'de

A.sylvaticus ve *A.flavicollis*, Gökçeada'da *A.sylvaticus* ve *A.flavicollis*, Kuzey-Batı Anadolu'da *A. hermonensis* ve Istranca'da *A.flavicollis* türü olmak üzere toplam yedi örneklem yada grubu teşkil eden, *Apodemus* türüne ilişkin kafatası ölçüleri alınmıştır. Değişik bölgelerde bulunan *Apodemus* türlerinin, farklılık yada benzerlik göstermesinde, hangi karakter yada değişkenlerin belirleyici olduğu ve grupları temsil eden *Apodemus* türlerine ait her hangi bir elamani, iki veya daha fazla karşıt türden (gruptan) birine sınıflandırmak ve sınıflandırma yapmaya katkı sağlayan değişkenlerin (karakterlerin) tanımlanması araştırma kapsamına alınmıştır.

Farklı bölgelerde bulunan *Apodemus* türleri arasındaki ilişkilerin açıklanmasında kullanılan ve binoküler altında incelenerek, kompas yardımıyla milimetre (mm) olarak alınan, söz konusu *Apodemus* türlerinin iç vücut ölçüsünü teşkil eden, 12 adet metrik kafatası ve ağız diş ölçüsüne ilişkin değişkenler şunlardır:

1. M6 = Üst Diastema uzunluğu (mm),
2. M7 = Foramen İnkisiv Uzunluk (mm),
3. M8 = Nasal Uzunluk (mm),
4. M9 = Üst Molar Alveolar Uzunluğu (mm),
5. M12 = İnterorbital Genişlik (mm),
6. M13 = Oksipital Genişlik (mm),
7. M16 = Rostrum Genişliği (mm),

8. M21 = Kafatası Kapsül Genişliği(mm),

9. M22 = Madibul Uzunluğu (mm),

10. M23 = Alt Molar Uzunluğu (mm),

11. M24 = Üst Kesici Diş Kalınlığı (mm) ve

12. M25 = Palatal Köprü Uzunluğu (mm).

Araştırma Bulgularının Değerlendirilmesi

Kafatası ölçülerine göre, grupların hangi değişken (karakter) yada değişkenler itibariyle birbirlerinden farklı olduklarını belirlemek amacıyla, analize 417 birey dahil edilmiş olup, söz konusu bu bireylerden 150 tanesinin en az bir değişkeninde eksik gözlem olması nedeniyle 267 tane birey işleme alınmıştır. Buna göre, analiz öncesi her bir grupta yer alan birey sayıları ve önceki olasılıkların dağılımları tablo 1'de verilmiştir.

Apodemus türlerini ayırmada esas alınan; M6, M7, M8, M9, M12; M13, M16, M21, M23, M24 ve M25 olmak üzere on bir tane değişken, onbir boyutlu bir sistemi ifade etmektedir. Söz konusu bu değişkenleri, mümkün olduğu kadar daha az boyutla gösterebilmek ve gruplar arasındaki ayrımı daha belirgin hale getirmek amacıyla geliştirilen ve bu değişkenlerin doğrusal bir bileşimi olan diskriminant fonksiyonları ağırlık katsayıları ve ilgili diğer sonuçlar özetle aşağıda verilen tablolarda görüntülenmiştir.

Tablo 2

Özdeğerler, Varyans Yüzdele, Kanonik Korelasyonlar, Wilks Lamda İstatistikleri, Ki-Kare Değerleri ve Anlamlılık Düzeyleri

DF	Özdeğer	Varyans	K.korr	K.Korr	DF	W.Lamda	Ki-kare	SD	An.Dz
					0	0.004	1403.688	66	0.0001
1*	13.5121	72.11	72.11	0.97	1	0.062	716.217	50	0.0001
2*	3.5688	19.05	91.16	0.88	2	0.282	325.771	36	0.0001
3*	0.8481	4.53	95.68	0.68	3	0.520	167.938	24	0.0001
4*	0.6469	3.45	99.14	0.63	4	0.857	39.720	14	0.0003
5*	0.1163	0.62	99.76	0.32	5	0.956	11.450	6	0.0754
6*	0.0456	0.24	100.00	0.21					

Tablo 2 incelendiğinde; büyükten küçüğe doğru sıralanan özdeğerler, diskriminant fonksiyonlarının ayırma güçlerinin önem sıralarını göstermektedir. Varyans oranları yada yüzdele

sütunu incelendiğinde, gruplar arası toplam değişimin % 72,11'ini DF1(Birinci Diskriminant Fonksiyonu), % 19,05'ini DF2 ve %4,53'ünü DF3 açıklarken, kalan % 4,32'lik toplam değişimi son üç diskriminant fonksiyonu açıklamaktadır.

Açıklanan değişim oranlarının kümülatif sütununa bakıldığında, toplam değişimin % 95,68'lik kısmı ilk üç diskriminant fonksiyonu tarafından açıklanırken, kalan % 4,32'lik kısmı son üç diskriminant fonksiyonu tarafından açıklanmaktadır. Diskriminant fonksiyonlarının gruplar arası önemli farklılıkları açıklama etkilerinin açıklanmasında kullanılan, kanonik korelasyon katsayılarının yer aldığı sütunlar incelendiğinde, DF1'e karşı gelen kanonik korelasyon katsayısı, diğer diskriminant fonksiyonlarına karşı gelen kanonik korelasyon katsayılarından daha yüksek olduğu görülmektedir. Buna göre, DF1 gruplar arası farklılıkların en önemli kısmını açıklamaktadır. Buna karşın, ikinci en yüksek korelasyon katsayısına sahip DF2, gruplararası farklılığın diğer önemli bir kısmı açıklarken, kalan diskriminant fonksiyonları ise, azalan önem sırasında gruplar arası farklılıkları açıklamaktadır. Açıklanan varyans oranları ve kanonik korelasyonlar birlikte incelendiğinde, ayırma gücü en yüksek olan birinci fonksiyon DF1 ve ayırma gücü en yüksek olan ikinci fonksiyon DF2 olduğu tespit edilmiştir. Diğer diskriminant fonksiyonları azalan önem sırasında ayırma güçlerine sahiptirler. Fakat, oransal olan bu belirlemeler ilgili fonksiyonların istatistiksel olarak anlamlı olduklarını göstermez. Bu nedenle, istatistiki açıdan önemli olan diskriminant fonksiyonlarının belirlenmesi gerekir. Bu amaçla, gruplar arasındaki farklılığın bir göstergesi olan Wilks Lamda istatistikleri sütunu incelenecek olursa; Wilks istatistiğinin ilk değeri, $\Lambda = 0,004$ olarak hesaplanmıştır. Bu değerın sıfıra çok yakın olması, grup ortalamalarının tamamıyla farklı olduğunun bir göstergesidir. Söz konusu Wilks

Lamda istatistiği, Bartlett'in ki-kare istatistiğine göre, $\alpha = 0.00001$ anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Bu ise, en azından DF1'in istatistiki açıdan anlamlı olduğunu gösterir. DF'lerin her birinin anlamlı olup olmadıklarına, Bartlett'in ki-kare testine göre karar verilmiş olup, ilk olarak, tüm özdeğerler birlikte test edilerek, gruplararası toplam değişimin %72,11'ini açıklayan DF1 ve dolayısıyla, gruplar arası farklılık istatistiki açıdan anlamlı bulunduktan sonra en büyük özdeğer kaldırılarak geriye kalan tüm özdeğerler birlikte test edildiğinde, toplam değişimin % 19,05'ini açıklayan DF2'de anlamlı bulunmuştur. Benzer şekilde, diğer DF'lerin anlamlılık sınamaları da Bartlett'in ki-kare testi ile yapılmış olup, ilgili istatistikler ve anlamlılık düzeyleri tablo 2'de verilmiştir.

Buna göre, *Apodemus* türlerinin iç vücut ölçülerine göre oluşturulan türler arasındaki farklılığı açıklamak amacıyla geliştirilen ilk dört DF, $\alpha = 0,00001$ anlam düzeyinde istatistiki açıdan anlamlıdır. Bunun yanı sıra, DF5, $\alpha = 0,0003$ anlam düzeyine anlamlı iken, DF6'nın istatistiksel olarak anlamlı olmadığına karar verilir.

Değişkenlerin fonksiyonlar üzerinde etkilerinin incelenebilmesi için fonksiyonlar üzerinde en çok ayırıcı güce sahip değişken tespit edilmesi gerekir..Bu nedenle, gruplar arasında ayırıcı güce sahip olan değişkenleri belirlemek amacıyla, tablo 3'de görüntülenen diskriminant fonksiyonlarının standart katsayılarının incelenmesi daha uygundur.

Tablo 3 Diskriminant Fonksiyonlarının Standart Katsayıları

Değ.	DF1	DF2	DF3	DF4	DF5	DF6
M12	-0.36382	-0.30482	-0.46665	0.32866	0.38452	-0.10361
M13	-0.16068	0.15738	0.46502	-0.00281	0.60892	-0.39305
M16	0.27697	0.30505	-0.32312	0.40909	-0.27702	0.57149
M21	1.03547	-0.29473	-0.02948	0.06047	0.12065	-0.29010
M23	-0.09004	0.24535	0.65336	0.02380	-0.38499	-0.62284
M24	-0.10477	-0.47146	-0.27233	0.22795	-0.05758	-0.28932
M25	0.22336	-0.43349	0.51829	-0.40896	0.58376	0.52429
M6	-0.13598	-0.04692	0.49746	-0.05337	-0.75531	0.55782
M7	0.20773	0.65377	-0.30123	-0.72108	0.26989	0.10778
M8	-0.28534	0.13361	-0.10736	0.42037	-0.22919	-0.00411
M9	-0.19250	0.53488	-0.19541	0.43837	0.32710	0.10992

Tablo 3'ü incelediğimizde; gruplar arası toplam değişimin % 77,11'ini açıklayan DF1 üzerinde, M21(kafatası kapsül genişliği) değişkeni itibariyle, *Apodemüs* türleri farklılık göstermektedir. Toplam değişimin %19,05'ini açıklayan DF2 üzerinde ise, grupları ayırmada M7 (foramen inkisiv uzunluk) ve M9 (üst molar alveolar uzunluk) karakterleri etkili olurken, toplam değişimin %4,53'ünü açıklayan DF3 üzerinde de M23 (alt molar uzuluk). ve M25 (palatal köprü uzunluğu) karakterleri grupları ayırmada etkili olmuştur. Diğer DF'lerin gruplar arasındaki değişimleri açıklama paylarının düşük olması ve son DF'nin istatistiksel olarak anlamsız olması nedeniyle, bunlar üzerinde etkili olan ayırıcı karakterleri açıklamaya gerek duyulmamıştır.

Sınıflandırma sonuçları, tablo 4'de verilmiştir. Bu sonuçlara göre, analiz öncesi *B.A.her* grubunda bulunan 81 elamandan 70'i yine aynı gruba, 10'u *A.A.her* grubuna ve 1

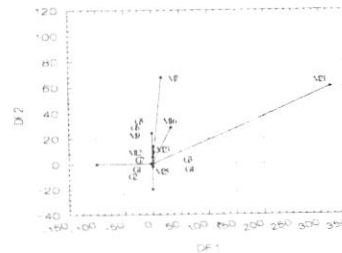
bireyi ise, *I.A.her* grubuna sınıflandırıldığı gözlenmektedir. Ayrıca, daha önce diğer gruplarda olupta, *B.A.her* grubuna sınıflandırılan toplam birey sayısı 2 dir. Buna göre *B.A.her* grubunda olduğu tahmin edilen birey sayı toplamı 72 olmaktadır. Bu ise, analize dahil edilen birey sayılarının %26,97'sini teşkil eder. Diğer taraftan, bireylerin analiz sonrası doğru sınıflandırma oranı, %86,4 olarak hesaplanmıştır. Diğer sınıflandırma sonuçları da, benzer biçimde yorumlanabilir. Sınıflandırma matrisinin köşegen elamanları dikkate alındığında, doğru sınıflandırma oranının en yüksek olduğu grup, %100'lük oranla *G.A.sly* grubu ve en düşük olan grup ise, %83,9'luk oranla *G.A.fla* grubu olduğu belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, analizde işleme tabi tutulan 267 bireyden 241'i doğru ve 26'sı yanlış sınıflandırılmış olup, sözkonusu analize katılan bireylerin doğru sınıflandırma oranı %90,26 ve yanlış sınıflandırma oranı ise, %9,24 olarak hesaplanmıştır.

Tablo 4

Sınıflandırma Sonuçları (Classification results)

Gerçek Grup	B.Sa.	Tahmini Grup Üye Sayısı					
Grup	Gözlem	1	2	3	4	5	6
15	14 %93.3	1 %6.7					
81	10 %12.3	70 %86.4					1 1.2
35			32 %91.4	3 %8.6			
46			3 %6.5	43 %93.5			
20					20 %100.0		
31					5 %16.1	26 %83.9	
39		1 %2.6	1 %2.6			1 %2.6	36 %92.3

Grupların birbirleriyle olan ilişkisini şekil 1 ve 2'de görüntülenen yayılma diyagramları yardımıyla açıklayabiliriz. Şekil 1'i incelediğimizde; G3 ve G4 grupları en uzun (ayrım gücü en yüksek olan) M21 ve M16 karakterlerine sahip olarak, diğer gruplardan farklı olduğu görülmektedir. Tersine, G1, G2, G5, G6 ve G7 gruplarında bu tip (M21 ve M9) değişkenlerin oldukça düşük (kısa) olduğunu söyleyebiliriz. G5 ve G6 gruplarını açıklayan en önemli (en uzun) karakterlerin M7 ve M9 olduğu görülmektedir. Yani, G5 ve G6 grupları bu karakterler itibariyle diğer gruplardan farklılık göstermiştir. G1, G2 ve G7 grupları ise, G3 ve G4 ile G5 ve G6 gruplarındaki en uzun değişken tiplerinin oldukça düşük (kısa) şeklini göstermiştir.



Şekil 1

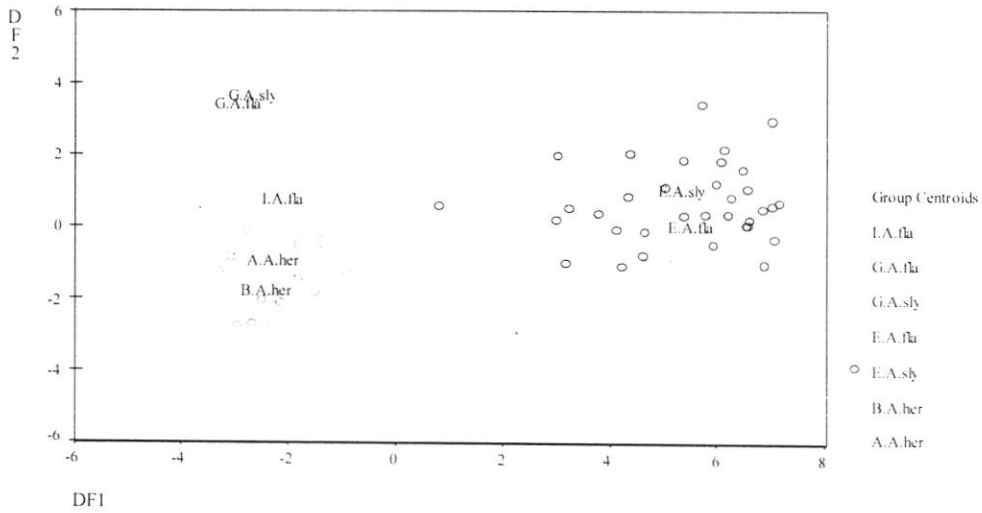
Grup Merkezilerinin ve Ölçüm Vektörlerinin Ayırma Güçlerinin İndirgenmiş Diskriminant Uzaklığında Gösterimi

Bu bilgilerden hareketle, G7'ye karşın daha az açıklanan G1 ve G2 ile bunun yanısıra, iyi açıklanan G5 ve G6'ya karşın çok daha iyi açıklanan G3 ve G4 arasındaki farklılıklarının ilk kaynağının birinci diskriminant fonksiyonu olduğu görülmektedir. Vektörlerin yönleri, M21, M16 ve M12'ye daha yakın gelen DF1 göstermesi nedeniyle, bu boyutla en yakın ilişkili olan değişkenler; M21, M16 ve M12 değişkenleri olup, vektör uzunlukları dikkate alındığında, grupları ayırma gücü en yüksek olan, M21 ve M16 değişkenleridir.

DF2 için çizimlerin görünümü onunla en yakın ilişkili olan değişkenlerin, M7, M9, M23 ve

M25 olduğunu gösterir. DF2'ye göre, söz konusu bu değişkenler, gruplar arasındaki farklılıkların ilk kaynağıdır. Ayrıca, vektörlerin yönü ve uzunluğu dikkate alındığında, söz konusu gruplar arasında ayırma gücü en yüksek olan, M7 ve M9 değişkenleridir.

Şekil 2'yi incelediğimizde; *A.A.her* ile *B.A.her* gruplarının diğer gruplardan ayrılması ve *E. A.sly* ile *E.A fla* gruplarının diğer gruplardan ayrılması DF1 eksenı boyunca olurken, *I.A fla* grubu ise, DF1 eksenı üzerinde *A.A.her* ile *B.A.her* gruplarına yakın yer alırken, *G.A.sly* ile *G.A fla* grupları DF2 eksenı boyunca diğer gruplardan ayrılmaya yönelmiştir.



Şekil 2 : Diskriminant Uzayında Grupların Dağılımları

DF1 ve DF2'nin birlikte kullanılması sonucu, kafatası ölçülerine göre, *I.A fla* grubu dışında, diğer grup merkezlerinin ikiye gruplar halinde birbirine yakın bölgelerde bulunması ve söz konusu ikili gruplara ait bireylerin diğer ikili gruplardan ayrı bölgelerde iç içe girmiş olarak bir yayılma diyagramı sergilediği gözlenmesi, yapılan sınıflandırma işleminin son derece başarılı olduğunun bir göstergesi olup, söz konusu belirli bölgelerde ikili gruplar halinde toplanan, *A.A.her* ile *B.A.her* gruplarının birbirine, *G.A.sly* ile *G.A fla* gruplarının birbirine ve *E. A.sly* ile *E. A. fla* gruplarının birbirlerine benzer olduklarını söyleyebiliriz. Bunun yanısıra, *I.A fla* grubunun ise, *A.A.her* ile *B.A.her* gruplarına benzer özellik gösterdiğini söyleyebiliriz.

SONUÇ

Apodemus türlerine ait kafatası ölçüleri ele alınarak yapılan analiz sonucunda, gruplar arası farklılık anlamlı bulunmuştur. Bu farklılığı sağlayan ilk beş diskriminant fonksiyonu

istatistiksel olarak anlamlı bulunmuş ve bu fonksiyonların toplam varyansı açıklama payları %99,76 kadardır. Ayırma gücü en önemli olan birinci diskriminant fonksiyonu üzerinde, M21 (kafatası kapsül genişliği) değişkeninin, ikinci diskriminant fonksiyonu üzerinde ise, M7 (foramen inkisiv uzunluk) ve M9 (üst molar alveolar uzunluk) değişkenlerinin grupları ayırma açısından mutlak katkıları daha fazladır. *Apodemus* türlerinin sınıflandırma analizi sonucunda, analiz öncesi belirlenen sınıflandırma ile analiz sonrası tahmin edilen sınıflandırma arasında %90,26 oranında bir uyum sağlanmıştır. Bu oran aynı zamanda sınıflandırmanın başarılı olduğunu, yani söz konusu bireyler, analiz sonucunda, %90,26 olasılıkla ait oldukları gruplara doğru olarak sınıflandırılmıştır.

KAYNAKÇA

- Cooley W. Willam. and Lohnes R. Paul.,(1971). *Multivariate Data Analysis*, New York.:John Willy Sons, İnc.
- Cooley W. Willam. and Lohnes R. Paul., (1962). *Multivariate Procedures for the Behavioral Sciences*, New York: John Willy Sons, İnc.
- Geer Van de P. John.(1971). *Introduction to Multivariate Analysis for the Social Sciences*, San Francisco: W.H. Freeman and Company.
- Green, E. Paul, J.Douglas Carrol. (1978). *Analyzing Multivariate Data*, The Dryden Press, Hinsdale-.
- Grimm, G. Laurence and Yarnold R. Paul. (1995). *Reading and Understanding Multivariate Statistics*, Washington: American Psychological Association.
- Gürsaka, Necmi, (1988). *Çok Değişkenli Analize Giriş*, Eskişehir: Ders Notu,
- Hair, F. Joseph., JR, Andxerson E. (1987). *Rolph and TATHAM L. Ronald, Multivariate Data Analysis*. New York: With Readings, Macmillan Publishing Company.
- Kryustufek, B., Vohralik, V. and Kurtonur, C. (1998). "A New At İdentity And Distribution of Water Shrews In Turkey", Slovenia Museum of Natural History, Ljubljana, Slovenia; Charles University, Prgue, Czech Republic
- Overall, E. John. and Klett, C. (1972). *James, Applied Multivariate Analysis*, New York:McGraw-Hill Book Company
- Özdamar, Kazım. (1988). *Paket Programlar ile İstatistiksel Veri Analizi-II* Eskişehir: Ders Notları.
- Özkan, B. (1995). *Gökçeada ve Bozcaada Adalarının Kemiricileri*.Edirne: Doktora Tezi.
- Özkan, B. And Kryustufek, B.(1999). *Wood mice, Apodemus of two Turkish island : Gökçeada and Bozcaada* Folia Zool. 48 (1), March 1999
- Tatlıdil, Hüseyin. (1992). *Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz*, Ankara.
- Tatsuoka M. Maurice, (1971). *Multivariate Analysis: Techniques for Educational and Psychological Research*, New York: John Willy and Sons İnc